数学 ＜解答と解説＞　新中２　模試チャレンジ　２０２４年2月２７日

解答

問１	(ア) 3	(イ) 3	(ウ) 2	(エ) 4	(オ) 1	
問２	(ア) 4	(イ) 4	(ウ) 3	(エ) 3	(オ) 2	(カ) 1
問３	(ア) 1	(イ) 2	(ウ)(i) 3 (ii) $4n+2$			
問４	(ア)(i) 4 (ii) 1	(イ) 3				
問５	(ア) 150(g)	(イ)(i) 4 (ii) 5				
問６	(ア) 2	(イ) 56π (cm^2)	(ウ) 36π (cm^3)			

配点

問１	各３点×５＝15点	計15点
問２	各４点×６＝24点	計24点
問３	各４点×４＝16点	計16点
問４	各５点×３＝15点	計15点
問５	各５点×３＝15点	計15点
問６	各５点×３＝15点	計15点
		合計100点

問１　計算問題

(ア)　$(-3)-5\times(-2)=(-3)-(-10)=-3+10=7$

(イ)　$\dfrac{5}{8}\div\left(-\dfrac{3}{2}\right)+\dfrac{1}{2}=\dfrac{5}{8}\times\left(-\dfrac{2}{3}\right)+\dfrac{1}{2}=-\dfrac{5}{12}+\dfrac{6}{12}=\dfrac{1}{12}$

(ウ)　$3\times(-2)^3+5^2=3\times(-8)+25=-24+25=1$

(エ)　$3a+9-2(a-1)=3a+9-2a+2=a+11$

(オ)　$\dfrac{3x-5}{2}-\dfrac{5x+7}{6}=\dfrac{3(3x-5)-(5x+7)}{6}=\dfrac{9x-15-5x-7}{6}=\dfrac{4x-22}{6}=\dfrac{2x-11}{3}$

問２　単問集合

(ア)　a は負の数だから，$2a$ は負の数，$-a$ は正の数，a^2 は正の数となります。また，絶対値は１より小さいから，$-a$ と a^2 の絶対値を比べると，$-a$ の方が大きい。よって，$2a<a^2<-a$ となります。

(イ)　$\dfrac{14}{3}=4\dfrac{2}{3}$ より，絶対値が $4\dfrac{2}{3}$ より小さい整数は，-4，-3，-2，-1，0，1，2，3，4 なので９個となります。

(ウ)　b^2-4ac に $a=3$，$b=-2$，$c=-1$ を代入して，$(-2)^2-4\times3\times(-1)=4-(-12)=4+12=16$ となります。

(エ)　$a\div b\times c=a\times\dfrac{1}{b}\times c=\dfrac{ac}{b}$ と表されます。

(オ)　2000円の x%引きの値段は，$2000\times\left(1-\dfrac{x}{100}\right)=2000\times1-2000\times\dfrac{x}{100}=(2000-20x)$ 円と表されます。

(カ)　「わられる数＝わる数×商＋あまり」より，$a=3b+2$ と表されます。

問 3　単問集合

(ア)　270 を素数で順に割っていき，商が素数になるまで続けていくことで，$270=2\times3\times3\times3\times5=2\times3^3\times5$ となります。

(イ)　正方形の 1 辺の長さを，18 と 30 の最小公倍数である 90(cm)にすればよいです。したがって，長方形のタイルをたてに $90\div18=5$(枚)，横に $90\div30=3$(枚)並べればよいことから，必要なタイルは $5\times3=15$(枚)と求めることができます。

(ウ)(i)　最初の正六角形をつくるのに，ねん土は 6 個必要です。また，表のように正六角形の個数が 1 個増えるごとに，必要なねん土は 4 個ずつ増えます。したがって，8 個の正六角形をつくるには，ねん土は $4\times(8-1)=28$(個)増えることがわかります。よって，必要なねん土の個数は，$6+28=34$(個)と求めることができます。

正六角形の個数(個)	必要なねん土の個数(個)
1	$6=6+4\times0$
2	$6+4=6+4\times1$
3	$6+4+4=6+4\times2$
4	$6+4+4+4=6+4\times3$
⋮	⋮

〔別解〕

正六角形を 1 個つくるのに，ねん土は 6 個必要です。となり合う 2 つの正六角形は 2 個のねん土を共有しています。8 個の正六角形をつくるとき，共有している部分は $8-1=7$(か所)です。したがって，必要なねん土の個数は，$6\times8-2\times7=34$(個)と求めることができます。

(ii)　最初の正六角形をつくるのにねん土は 6 個必要です。正六角形が 1 個増えるごとにねん土は 4 個ずつ増えます。したがって，正六角形を n 個作るときに必要なねん土の個数は，$6+4(n-1)=6+4n-4=4n+2$(個)と表されます。

〔別解〕

正六角形を 1 個つくるのに，ねん土は 6 個必要です。となり合う 2 つの正六角形は 2 個のねん土を共有しています。n 個の正六角形をつくるとき，共有している部分は $n-1$(か所)です。したがって，必要なねん土の個数は，$6\times n-2\times(n-1)=6n-2n+2=4n+2$(個)と表されます。

問 4　方程式

(ア)(i)　$6x-4=3x+5$

$6x-3x=5+4$

$3x=9$

$x=3$

(ii)　$0.4(x-6)=x+1.8$

両辺を 10 倍すると,

$4(x-6)=10x+18$

$4x-24=10x+18$

$4x-10x=18+24$

$-6x=42$

$x=-7$

(イ)　ある整数を x とすると, 正しい答えは $3x-2$, まちがえた答えは $2(x-3)$ だから,

$2(x-3)=3x-2-27$

$2x-6=3x-29$

$2x-3x=-29+6$

$-x=-23$

$x=23$

解は問題に適しているから, 整数 x は 23 となります。

問 5　比例・反比例

(ア)　ばねののびる長さ y(cm)は, おもりの重さ x(g)に比例するから, $y=kx$(k は比例定数)と表されます。25g のおもりをつるしたところ, ばねは 1.5 cm のびたことから, この式に $x=25$, $y=1.5$ を代入すると, $1.5=25k$, $k=\frac{1.5}{25}=\frac{3}{50}$ だから, $y=\frac{3}{50}x$ となります。

これに, $y=9$ を代入して, $9=\frac{3}{50}x$, これを解いて, $x=150$ より, おもりの重さは 150g とわかります。

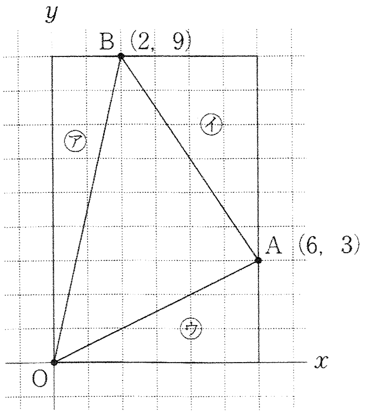
(イ)(i)　直線の式 $y=ax$ に点 A の座標 $x=6$, $y=3$ を代入して, $3=6a$ より, $a=\frac{1}{2}$

(ii)　反比例の関係を表す②のグラフの式を $y=\frac{b}{x}$(b は比例定数)とおくと, グラフ上に点 A(6, 3)があることから, $x=6$, $y=3$ を代入すると, $3=\frac{b}{6}$, $b=18$ より, グラフ②の式は $y=\frac{18}{x}$ となります。点 B は②のグラフ上にあり, x 座標が 2 だから, y 座標は, $\frac{18}{2}=9$ です。

したがって, 右の図のように三角形 OAB の面積は縦 9 cm, 横 6 cm の長方形から直角三角形㋐, ㋑, ㋒の面積を引いて求められます。

よって, $9\times6-\left(\frac{1}{2}\times2\times9+\frac{1}{2}\times4\times6+\frac{1}{2}\times3\times6\right)=54-(9+12+9)$

$=54-30=24(\mathrm{cm}^2)$ となることがわかります。



問 6　平面図形・空間図形

(ア)　㋐の直角三角形を点対称移動(180°の回転移動)させて重ね合わせることができる三角形は，下の図 1，図 2 のように，㋒と㋔であることがわかります。(• は回転の中心)

図 1

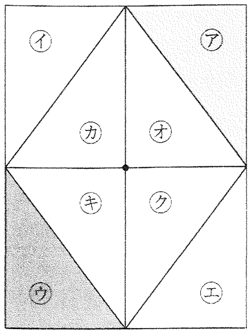
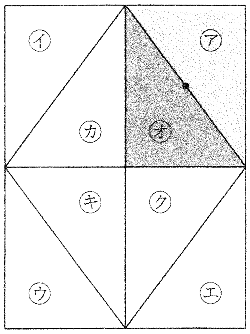
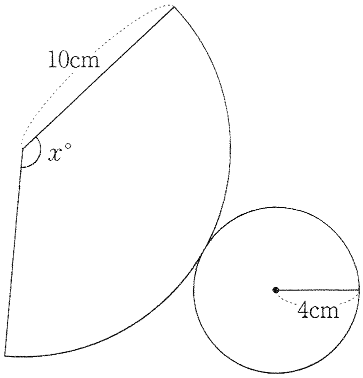


図 2



(イ)　この円すいの展開図は，右の図 3 のようになります。側面のおうぎ形の中心角を x(°)とすると，おうぎ形の弧の長さと底面の円周が等しいことから，$10\times2\times\pi\times\frac{x}{360}=4\times2\times\pi$ が成り立ちます。これより，$\frac{x}{360}=\frac{2}{5}$，これを解いて，$x=144$ だから，この円すいの側面を展開したときにできるおうぎ形の中心角は 144(°)と求められます。

図 3



表面積は底面の円と側面のおうぎ形の面積の和になります。側面積が，$10^2\times\pi\times\frac{144}{360}=40\pi$ (cm²)，底面積が $4^2\times\pi=16\pi$ (cm²) だから，表面積は，$40\pi+16\pi=56\pi$ (cm²) と求めることができます。

〔別解〕

円すいの側面となるおうぎ形の面積 S は，半径を r，弧の長さを ℓ とすると，$S=\frac{1}{2}\ell r$ で求めることができます。おうぎ形の弧の長さ ℓ は，底面の円の円周に等しいことから，$4\times2\times\pi=8\pi$ (cm)，よって，おうぎ形の面積 S は，$S=\frac{1}{2}\times8\pi\times10=40\pi$ (cm²) となります。これより，円すいの表面積は，$40\pi+16\pi=56\pi$ (cm²) と求めることができます。

また，円すいの側面積は，(母線の長さ)×(底面の半径)×π で求めることができます。この式を使えば，この円すいの表面積は，$10\times4\times\pi+4^2\times\pi=40\pi+16\pi=56\pi$ (cm²) と求めることもできます。

(ウ)　球の体積は，$\frac{4}{3}\times\pi\times$(球の半径)^3 で求めることができます。半径が 3 cm の球の体積を求めればよいから，$\frac{4}{3}\times\pi\times3^3=36\pi$ (cm³) と求められます。