学習の基本 7 単項式の乗法

単項式どうしの乗法は，係数どうしの積と文字どうしの積をかけ合わせる。

(1) $\mathbf{5a\times 3b}$

$=5\times a\times 3\times b$

$=5\times 3\times a\times b$

$=15ab$

(2) $\mathbf{-x^2\times 6x}$

$=-(x\times x)\times 6\times x$

$=-6\times x\times x\times x$

$=-6x^3$

(3) $\mathbf{(-3x)^2\times(-2y)}$

$=(-3x)\times(-3x)\times(-2y)$

$=9x^2\times(-2y)$

$=-18x^2y$

$a^m\times a^n=a^{m+n}$　　$(a^m)^n=a^{mn}$　　$(ab)^m=a^mb^m$

➡数どうしの積，文字どうしの積をそれぞれ求め，まとめればよい。

22 次の計算をせよ。

□(1) $2a\times 4b$　　□(2) $6a\times b$　　□(3) $3x\times 8y$

□(4) $(-4a)\times 3b$　　□(5) $(-2m)\times(-7n)$　　□(6) $xy\times(-5z)$

□(7) $\frac{1}{2}a\times 8b$　　□(8) $(-6x)\times\frac{1}{3}y$　　□(9) $\frac{2}{3}x\times\frac{1}{4}y$

23 次の計算をせよ。

□(1) $a\times a^2$　　□(2) $(-a^2)\times a^3$　　□(3) $(-7x)^2$

□(4) $-(3y)^3$　　□(5) $4a\times(-5b)^2$　　□(6) $(-4x)^2\times(-6y)$

□(7) $(a^3)^2$　　□(8) $-(-a^2)^4$　　□(9) $\left(-\frac{2}{3}xy\right)^3$

□(10) $\left(\frac{x}{2}\right)^3\times 16y$　　□(11) $\left(-\frac{3}{8}a\right)\times(-4b)^2$　　□(12) $\left(-\frac{5}{6}m\right)\times\left(-\frac{3}{5}n\right)^2$

24 次の計算をせよ。

□(1) $3a\times 2b\times 4c$　　□(2) $(-4x)^2\times(-2xy)\times(-5y)$

□(3) $(-12ab)\times\frac{3}{8}a\times 2b$　　□(4) $(-3pq)\times\frac{8}{15}p\times(-5q)$

□(5) $\left(-\frac{1}{2}a\right)^2\times\frac{2}{3}b\times(-6c)$　　□(6) $\frac{x}{4}\times\left(-\frac{y}{3}\right)^3\times(-6x)^2$

学習の基本 8 単項式の除法

単項式どうしの除法は，分数の形になおすか，または，乗法になおして計算する。

(1) $\mathbf{20ab\div 4a}$

$=\dfrac{20ab}{4a}$

$=\dfrac{\overset{5}{\cancel{20}}\times\overset{1}{\cancel{a}}\times b}{\underset{1}{\cancel{4}}\times\underset{1}{\cancel{a}}}$

$=5b$

(2) $\mathbf{18x^3\div(-6x)}$

$=\dfrac{18x^3}{-6x}$

$=-\dfrac{\overset{3}{\cancel{18}}\times\overset{1}{\cancel{x}}\times x\times x}{\underset{1}{\cancel{6}}\times\underset{1}{\cancel{x}}}$

$=-3x^2$

(3) $\mathbf{\dfrac{2}{3}x^2y\div\left(-\dfrac{5}{6}xy\right)}$

$=\dfrac{2x^2y}{3}\times\left(-\dfrac{6}{5xy}\right)$

$=-\dfrac{2\times\overset{1}{\cancel{x}}\times x\times\overset{1}{\cancel{y}}\times\overset{2}{\cancel{6}}}{\underset{1}{\cancel{3}}\times 5\times\underset{1}{\cancel{x}}\times\underset{1}{\cancel{y}}}$

$=-\dfrac{4x}{5}$

$a^m\div a^n=a^{m-n}\,(m>n)$　　$a^m\div a^n=\dfrac{1}{a^{n-m}}\,(m<n)$　　$a^m\div a^n=1\,(m=n)$

➡同じ文字どうしで約分。

25 次の計算をせよ。

□(1) $8ab\div 4a$　　□(2) $(-10a)\div 2a$　　□(3) $12xy\div(-3y)$

□(4) $2x\div 6x$　　□(5) $(-5mn)\div 10m$　　□(6) $(-6abc)\div(-8ab)$

□(7) $x^3\div x^2$　　□(8) $x^2\div x^2$　　□(9) $-32b^3\div(-4b)$

□(10) $8a^2b\div 2ab$　　□(11) $9x^2y\div(-3xy^2)$　　□(12) $(-16p^2q)\div(-8pq^2)$

26 次の計算をせよ。

□(1) $\dfrac{3}{4}ab\div 3a$　　□(2) $\dfrac{4}{5}xy\div(-2y)$　　□(3) $\left(-\dfrac{8}{9}abc\right)\div 4ab$

□(4) $6x^2\div\dfrac{2}{3}x$　　□(5) $(-8y)\div\dfrac{4}{5}y$　　□(6) $(-18xy)\div\left(-\dfrac{2}{3}y\right)$

□(7) $\dfrac{1}{2}ab\div\dfrac{2}{5}b^2$　　□(8) $\dfrac{2}{3}m^2n\div\left(-\dfrac{8}{9}mn^2\right)$　　□(9) $\dfrac{3}{5}xyz\div\dfrac{6}{7}y^2z$

27 次の計算をせよ。

□(1) $12a^2b\div 2a\div 3b$　　□(2) $28x^2y\div\dfrac{2}{3}x\div 7y^2$

□(3) $36m^3n\div\left(-\dfrac{3}{4}m\right)\div\dfrac{3}{5}n$　　□(4) $-p^3q^3\div\left(-\dfrac{p}{6}\right)\div\dfrac{3}{2}pq$

学習の基本 ⑨ 単項式の乗除

単項式の乗法と除法の混じった計算は，乗法だけの式になおして計算する。

(1) $(-6x)\times 2y^2\div(-4xy)=+\dfrac{6x\times 2y^2}{4xy}$

$=3y$

(2) $\dfrac{3}{2}a^2\div\dfrac{6}{5}a\times(-4a)=\dfrac{3a^2}{2}\times\dfrac{5}{6a}\times(-4a)$

$=-\dfrac{3a^2\times 5\times 4a}{2\times 6a}$

$=-5a^2$

➡3つ以上の乗除の計算では，先に答えの符号を決めるとよい。

28 次の計算をせよ。

□(1) $6ab\times 2a\div 3b$

□(2) $4x^2y\div 2x\times y$

□(3) $2a\times a^2\div 3a$

□(4) $6xy\times(-3y)\div(-9x)$

□(5) $12ab^2\div 4ab\times(-2b)$

□(6) $-6m^2n\div 2m^3n^2\times(-3mn)$

□(7) $3a\times(-2ab)^2\div a^3b$

□(8) $3x^2y^3\div 4xy^3\times(-2xy)^2$

□(9) $(a^2b)^2\times(-ab^2)\div(ab)^3$

□(10) $9pq^4\div(-3q^2)^3\times(-6p^2q)$

29 次の計算をせよ。

□(1) $4a\div 2b\times\dfrac{1}{2}ab$

□(2) $\dfrac{1}{3}ab\times 6b\div\dfrac{1}{2}a$

□(3) $\dfrac{3}{2}a^2\div\left(-\dfrac{1}{6}a\right)\times a$

□(4) $\dfrac{1}{2}x^2y\div\dfrac{3}{4}x\times(-3y)$

□(5) $3a^2b\times\left(-\dfrac{1}{2}ab^2\right)\div(-3b)^2$

□(6) $16mn^3\div 3mn^2\times\left(-\dfrac{3}{2}mn\right)^2$

□(7) $(-2xy)^3\div\left(-\dfrac{1}{3}x^2y\right)\times\dfrac{3}{4}y$

□(8) $12x^2y\div(-4x)^2\times\left(-\dfrac{y}{3}\right)^3$

★ **30** 次の□にあてはまる式を求めよ。

□(1) $\boxed{}\times 4a=8a^2$

□(2) $(-6xy)\times(\boxed{})=24xy^2$

□(3) $\boxed{}\div(-3y)=5xy$

□(4) $36x^3\div(\boxed{})=-4x$

□(5) $8ab^2\div\boxed{}\times(-2b)=-4b^2$

□(6) $12xy^2\times\boxed{}\div(-2xy)^2=9xy$

チェック問題

レベル1

1 次の式は何次式か。 ➡学 1

□(1) $-2a^2b$　□(2) $3x-7y+4$　□(3) $5m^2+mn-2n$

2 次の式の同類項をまとめよ。 ➡学 1

□(1) $\frac{3}{5}a-\frac{1}{2}b+\frac{7}{5}a+\frac{3}{8}b$　□(2) $6x^2-2xy-8y^2-4xy+3y^2-5x^2$

3 次の計算をせよ。 ➡学 2, 3

□(1) $(13a-6b)+(7a+9b)$　□(2) $(2m+3n)-(5m-10n)$

4 次の計算をせよ。 ➡学 4～6

□(1) $8(5a-9b+4)$　□(2) $(24x-56y+32)\div(-8)$

□(3) $(6x-3y-9)\div\frac{1}{3}$　□(4) $6a+2b-\{5a-(12a-17b)\}$

□(5) $6(2a-6b)-4(4a+7b)$　□(6) $7(-2m+6n)-6(-5m-9n)$

□(7) $\frac{1}{5}(3x-4y)-\frac{1}{10}(x-3y)$　□(8) $\frac{3x-2y}{4}-\frac{5x-3y}{6}$

5 次の計算をせよ。 ➡学 7, 8

□(1) $6ab\times(-4a^2b)$　□(2) $(-3xy^2)^2\times7x^2y$

□(3) $(-28ab^2)\div(-7ab)$　□(4) $9xy^2\div(-2x^2y)$

レベル2

6 次の計算をせよ。

□(1) $\left(\frac{2}{7}a+\frac{1}{4}b\right)+\left(\frac{3}{7}a-\frac{3}{4}b\right)$　□(2) $(6a-0.7b-1.3)-(-a-0.2b+0.9)$

□(3) $(a^2b)^2\div a^4b^3\times(-ab^2)$　□(4) $(-2x^2y)^3\div6x^3y^2\times(-3x^4y)$

□(5) $\left(-\frac{3}{4}xy^3\right)\div\left(\frac{1}{2}xy\right)^2\times\frac{2}{3}x^2y$　□(6) $\left(-\frac{ab^2}{6}\right)^2\times\frac{8a^4b}{45}\div\left(\frac{a^2b}{3}\right)^3$

❷ 式の利用

▶チェック問題 ⇒ P23

学習の基本 1　式の値(1)

式の値を求めるときは，式を簡単にしてから代入するとよい。

問題　$a=3$，$b=-5$ のとき，$(-2ab)^2\times3a\div6a^2b$ の値を求めよ。

解　$(-2ab)^2\times3a\div6a^2b=4a^2b^2\times3a\times\frac{1}{6a^2b}=2ab$

だから，求める値は，$2\times3\times(-5)=-30$

答　-30

➡負の数を代入するときは，(　)をつけて代入しよう。

1　$a=2$，$b=-3$ のとき，次の式の値を求めよ。

□(1)　$4a-5b+2-3a+6b$

□(2)　$3(a+2b)-(a+6b)$

□(3)　$8a^3b^2\div4a^2b$

□(4)　$3a^2b\times(-2b)^2\div12ab$

2　次の式の値を求めよ。

□(1)　$a=4$，$b=-1$ のとき，$(3a-2b)+(-a+5b)$ の値

□(2)　$x=-2$，$y=5$ のとき，$9x^3y^2\div3xy$ の値

□(3)　$a=3$，$b=\frac{1}{2}$ のとき，$2(3a-5b)-3(a-2b)$ の値

□(4)　$x=\frac{1}{3}$，$y=-6$ のとき，$2x^2y\times(5xy)^2\div10x^3y^2$ の値

□(5)　$m=-\frac{2}{3}$，$n=\frac{3}{4}$ のとき，$\frac{3m-n}{2}-\frac{4m-2n}{3}$ の値

学習の基本 2　式の値(2)

問題　$A=2x-y$，$B=x-4y$ のとき，$5(A-B)-3(A-2B)$ を x，y の式で表せ。

解　$5(A-B)-3(A-2B)=5A-5B-3A+6B=2A+B$

だから，求める式は，$2(2x-y)+(x-4y)=4x-2y+x-4y=5x-6y$

答　$5x-6y$

➡式を代入するときは，(　)をつけて代入しよう。

3　$A=4x-5y$，$B=-5x+3y$ のとき，次の式を x，y の式で表せ。

□(1)　$(A+5B)-2(A+2B)$

□(2)　$3(3A-4B)-4(A-2B)$

学習の基本 3 等式の変形

問題 次の等式を，〔 〕の中の文字について解け。

(1) $V=abc$ 〔a〕

(2) $m=\dfrac{3a+2b}{5}$ 〔a〕

解 (1)左辺と右辺を入れかえると，

$$abc=V$$

両辺を bc でわると，

$$a=\frac{V}{bc}$$

(2)左辺と右辺を入れかえ，両辺を5倍すると，

$$3a+2b=5m$$

$2b$ を移項すると，

$$3a=5m-2b$$

両辺を3でわると，

$$a=\frac{5m-2b}{3}$$

答 (1) $a=\dfrac{V}{bc}$ (2) $a=\dfrac{5m-2b}{3}$

➡〔 〕の中の文字についての方程式を解けばよい。

4 次の等式を，〔 〕の中の文字について解け。

□(1) $y=ax$ 〔a〕

□(2) $S=\dfrac{1}{2}bh$ 〔h〕

□(3) $x+y=5$ 〔x〕

□(4) $3a-b=7$ 〔b〕

5 次の等式を，〔 〕の中の文字について解け。

□(1) $2x-6y=4$ 〔x〕

□(2) $-8a+4b=2$ 〔b〕

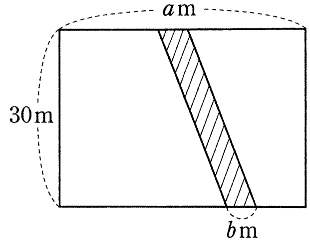
□(3) $360=18a+6b-3c$ 〔c〕

□(4) $y=3(p+q)$ 〔p〕

□(5) $m=\dfrac{a+b}{2}$ 〔b〕

□(6) $\dfrac{V}{3}=\dfrac{x-2y}{6}$ 〔y〕

6 縦30m，横 a mの長方形の土地に，右の図の斜線部分のような幅が一定の道路を作った。道路を除く部分の面積を S m^2 とするとき，次の問いに答えよ。



□(1) S を a，b の式で表せ。

□(2) (1)の等式を b について解け。

学習の基本 4 整数の性質の説明(1)

問題 「奇数と奇数の和は偶数である。」このわけを次のように説明した。①～⑥にあてはまる式を書け。

〔説明〕 m, n を整数とすると, 2つの奇数は, $2m+1$, ①______ と表される。

$(2m+1)+($②______$)=$③______$=2($④______$)$

⑤______ は整数だから, $2($⑥______$)$ は偶数である。

したがって, 奇数と奇数の和は偶数である。

答 ① $2n+1$ ② $2n+1$ ③ $2m+2n+2$ ④ $m+n+1$ ⑤ $m+n+1$ ⑥ $m+n+1$

➡偶数と奇数で同じ文字を使わないように注意しよう。

7 次の問いに答えよ。

□(1) 「奇数と偶数の和は奇数である。」このわけを次のように説明した。①～④にあてはまる式を書け。

〔説明〕 m, n を整数とすると, 奇数は $2m+1$, 偶数は $2n$ と表される。

$(2m+1)+2n=2m+$①______$+1=2($②______$)+1$

③______ は整数だから, $2($④______$)+1$ は奇数である。

したがって, 奇数と偶数の和は奇数である。

(2) 次のことがらが成り立つわけを説明せよ。

□① 偶数と偶数の和は偶数である。

□② 7の倍数どうしの差は7の倍数である。

□③ 偶数と偶数の積は4の倍数である。

8 □ 7, 8, 9, 10, 11の和は45で, 5の倍数である。このように, 連続する5つの整数の和は5の倍数である。このわけを説明せよ。

9 □ 7でわると余りが3になる整数と, 7でわると余りが4になる整数の和は7の倍数になる。このわけを説明せよ。

10 右の図は, ある月のカレンダーである。右の5, 11, 12, 13, 19のように十字の形に5つの数を囲むとき, 次の問いに答えよ。

□(1) 真ん中の数を n とするとき, 残りの4つの数はどう表されるか。

□(2) このように十字の形に囲んだ5つの数の和は, 真ん中の数の5倍になることを説明せよ。

日	月	火	水	木	金	土
				1	2	3
4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17
18	19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30	31

学習の基本 5 整数の性質の説明(2)

問題 「2桁の自然数と，その自然数の十の位の数と一の位の数を入れかえた自然数との和は，11の倍数である。」このわけを次のように説明した。①～⑦にあてはまる式を書け。

〔説明〕 2桁の自然数の十の位の数を a，一の位の数を b とすると，①＿＿＿＿と表される。
十の位の数と一の位の数を入れかえた自然数は，②＿＿＿＿と表される。
これらの和は，$(10a+b)+($③＿＿＿＿$)=$④＿＿＿＿$=11($⑤＿＿＿＿$)$
⑥＿＿＿＿は整数だから，$11($⑦＿＿＿＿$)$は11の倍数である。
したがって，2桁の自然数と，その自然数の十の位の数と一の位の数を入れかえた自然数との和は，11の倍数である。

答 ① $10a+b$ ② $10b+a$ ③ $10b+a$ ④ $11a+11b$ ⑤ $a+b$ ⑥ $a+b$ ⑦ $a+b$

➡各位の数に同じ文字を使わないように注意しよう。

11 □ 「2桁の自然数と，その自然数の十の位の数と一の位の数を入れかえた自然数との差は，9の倍数である。」このわけを次のように説明した。①～⑦にあてはまる式を書け。

〔説明〕 2桁の自然数の十の位の数を a，一の位の数を b とすると，①＿＿＿＿と表される。
十の位の数と一の位の数を入れかえた自然数は，②＿＿＿＿と表される。これらの差は，$(10a+b)-($③＿＿＿＿$)=$④＿＿＿＿$=9($⑤＿＿＿＿$)$
⑥＿＿＿＿は整数だから，$9($⑦＿＿＿＿$)$は9の倍数である。
したがって，2桁の自然数と，その自然数の十の位の数と一の位の数を入れかえた自然数との差は，9の倍数である。

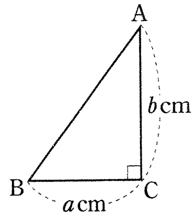
12 □ 523と253の差は270で，90の倍数である。このように，3桁の自然数と，その自然数の百の位の数と十の位の数を入れかえた自然数との差は，90の倍数である。このわけを説明せよ。

★ **13** □ 3桁の整数126の各位の数の和 $1+2+6=9$ は，9の倍数である。また，3桁の整数891の各位の数の和 $8+9+1=18$ は，9の倍数である。このとき，126と891は9の倍数になっている。このように，各位の数の和が9の倍数になる3桁の整数は9の倍数である。このわけを説明せよ。

★ **14** □ 8479と7984の差は495で，99の倍数である。このように，4桁の自然数と，その自然数の上から2桁の数と下から2桁の数を入れかえた自然数との差は，99の倍数である。このわけを説明せよ。

学習の基本 6 面積・体積への利用

問題 右の図のような直角三角形ABCがある。この三角形を，辺ACを軸として1回転させてできる立体をP，辺BCを軸として1回転させてできる立体をQとするとき，Pの体積はQの体積の何倍か。



解 立体P，Qは，どちらも円錐である。

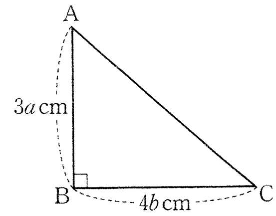
Pの体積は$\frac{1}{3}\pi a^2b\,\text{cm}^3$，$Q$の体積は$\frac{1}{3}\pi ab^2\,\text{cm}^3$だから，

$$\frac{1}{3}\pi a^2b\div\frac{1}{3}\pi ab^2=\frac{a}{b}\text{（倍）}$$

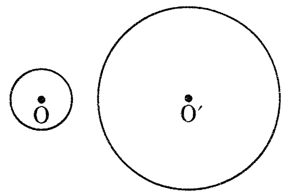
答 $\frac{a}{b}$倍

➡Pの体積とQの体積は同じではない。

15 右の図のような直角三角形ABCがある。この三角形を，辺ABを軸として1回転させてできる立体をP，辺BCを軸として1回転させてできる立体をQとするとき，Pの体積はQの体積の何倍か。



16 右の図で，円Oの半径は$r$cm，円O′の半径は円Oの半径の3倍である。次の問いに答えよ。



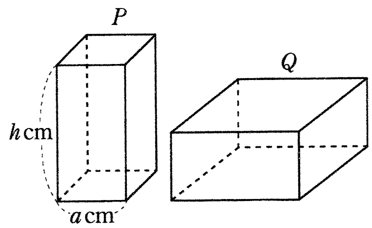
□(1) 円O′の周の長さは円Oの周の長さの何倍か。

□(2) 円O′と円Oの面積の差を求めよ。

□(3) 円O′の面積は円Oの面積の何倍か。

17 底面の1辺が$a$cm，高さが$h$cmの正四角柱Pがある。

この正四角柱の底面の1辺を2倍にし，高さを$\frac{1}{2}$にした正四角柱Qを作った。次の問いに答えよ。



□(1) 正四角柱Qの表面積を求めよ。

□(2) 正四角柱Qの体積は正四角柱Pの体積の何倍か。

チェック問題　2 式の利用

レベル1

1 次の式の値を求めよ。（学1）

□(1) $a=-6$, $b=8$ のとき，$3(7a-8b)-5(4a-5b)$ の値

□(2) $x=3$, $y=-2$ のとき，$8x^3y^5\div(-2xy^2)^2\div\dfrac{y^3}{2}$ の値

□(3) $a=\dfrac{1}{3}$, $b=-\dfrac{3}{4}$ のとき，$\dfrac{5a+2b}{4}-\dfrac{3a-b}{6}$ の値

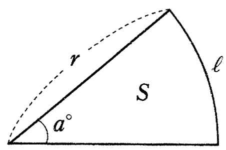
2 次の等式を，〔　〕の中の文字について解け。（学3）

□(1) $10x-2y=6(x+y)$　〔y〕

□(2) $\dfrac{a+b+c}{3}=\dfrac{4a+c}{5}$　〔a〕

★ **3** □ 3桁の自然数をAとし，Aの一の位の数を十の位の数，十の位の数を百の位の数，百の位の数を一の位の数としてつくった3桁の自然数をBとする。このとき，$A-B$は9の倍数である。このわけを説明せよ。（学5）

4 □ 右の図のおうぎ形で，半径をr，弧の長さをℓ，面積をSとすると，$S=\dfrac{1}{2}\ell r$が成り立つことを，次のように説明した。①～⑤にあてはまる式を書け。（学6）



〔説明〕 $S=\pi r^2\times$① ________ ……(1)　$\ell=2\pi r\times$② ________ ……(2)

(1)より，$S=r\times(\pi r\times$③ ________ $)$，(2)より，$\dfrac{1}{2}\ell=$④ ________

したがって，$S=r\times$⑤ ________ より，$S=\dfrac{1}{2}\ell r$

レベル2

★ **5** □ 右の図の陸上競技のトラックは，各コースの幅は1m，いちばん内側が半径r mの半円とℓ mの線分でできている。内側から1コース，2コースとし，選手は各コースのいちばん内側を走るものとする。トラックを1周する競技をするとき，2コースのスタート位置は，1コースのスタート位置より何m前にすればよいか。