

2. 因数分解

(1) 素因数分解

- ・ 因数…自然数がいくつかの自然数の積で表されるとき、その一つひとつの自然数をもとの自然数の**因数**という。(≒約数)

例) $6 = \underline{2} \times \underline{3}$, $20 = \underline{2} \times \underline{10} = \underline{4} \times \underline{5}$

- ・ 素因数…素数である因数。 例) $30 = \underline{2} \times \underline{3} \times \underline{5}$

- ・ 素因数分解…自然数を素因数の積の形で表すこと。⇒ 「すだれ算」

(例1) 次の数を素因数分解しなさい。

(1) 48

$$= 2^4 \times 3$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 48} \\ \underline{24} \\ 2 \overline{) 24} \\ \underline{12} \\ 2 \overline{) 12} \\ \underline{6} \\ 2 \overline{) 6} \\ \underline{3} \\ 3 \end{array}$$

(2) 120

$$= 2^3 \times 3 \times 5$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 120} \\ \underline{60} \\ 2 \overline{) 60} \\ \underline{30} \\ 2 \overline{) 30} \\ \underline{15} \\ 3 \overline{) 15} \\ \underline{5} \\ 5 \end{array}$$

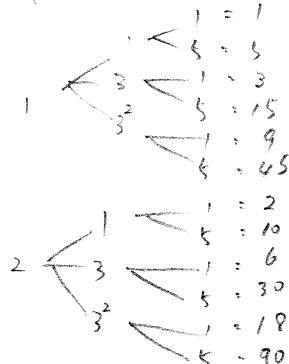
◆ 「素因数分解」の利用

- ・ 約数の個数 ⇒ 素因数分解したときの (指数+1) の積
- ・ 最大公約数 (GCM) ・ 最小公倍数 (LCM) ⇒ 「すだれ算」

(例2) 次の問いに答えなさい。

(1) 90 の約数をすべてかけ。

$$90 = 2 \times 3^2 \times 5$$



(2) 300 の約数の個数を求めよ。

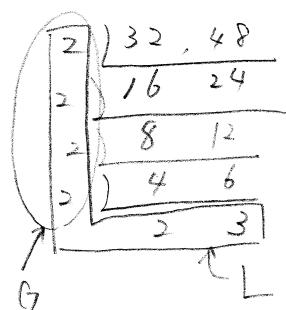
$$300 = 2^2 \times 3^1 \times 5^2$$

$$(\text{指数}+1 \text{ の積}) = (2+1) \times (1+1) \times (2+1)$$

$$= 3 \times 2 \times 3$$

$$= 18$$

(3) 32 と 48 の最大公約数 G と最小公倍数 L を求めよ。



$$G = 2^4 = 16$$

$$L = 2^5 \times 3 = 96$$

$$\begin{array}{l} G = 16 \\ A \quad L = 96 \end{array}$$

(例4) 次の式を満たす自然数 m , n の値を求めよ。

(1) $108 \times m = n^2$

$$108 = 2^2 \times 3^3$$

$$= 2^2 \times 3^2 \times 3$$

2乗する
区切る

$$m = 3$$

$$108 \times 3 = 2^2 \times 3^2 \times 3^2$$

$$= (2 \times 3 \times 3)^2$$

$$= 18^2 \quad n = 18$$

(2) $135 \div m = n^2$

$$135 = 3^3 \times 5$$

$$= 3^2 \times 3 \times 5$$

$$m = 3 \times 5 = 15$$

$$135 \div 15 = 3^2 \times \cancel{3} \times \cancel{5} \div \cancel{3} \times \cancel{5}$$

$$= 3^2$$

$$n = 3$$

(2) 因数分解

・ 因数…多項式をいくつかの単項式や多項式の積の形で表すとき、一つひとつの式をもとの多項式の因数という。

例) $a^2 - 2a = \underline{a(a-2)}$, $x^2 + 5x + 6 = \underline{(x+2)(x+3)}$

↑
因数
↑
因数分解
←
展開
↓
因数

・ 因数分解…多項式をいくつかの因数の積の形で表すこと。

(i) 共通因数でくくる (分配法則の逆) $ab + ac = a(b + c)$

(ii) 乗法公式の利用 (乗法公式の逆)

$$\left\{ \begin{array}{l} \textcircled{1}' \quad x^2 + (a+b)x + ab = (x+a)(x+b) \\ \textcircled{2}' \quad x^2 + 2ax + a^2 = (x+a)^2 \quad \textcircled{3}' \quad x^2 - 2ax + a^2 = (x-a)^2 \\ \textcircled{4}' \quad x^2 - a^2 = (x+a)(x-a) \end{array} \right.$$

(例5) 次の式を因数分解しなさい。

(1) $ab^2 - b$

$$= b(ab - 1)$$

(2) $4x^2y + 8x$

$$= x(4xy + 8)$$

$$= 4x(xy + 2)$$

数字をくくる!

(3) $3a^2x^2 + 12a^2x - 6ax^2$

$$= 3ax(ax + 4a - 2x)$$

3つに共通な因数をくくる!